

Mathematische Methoden der Geowissenschaften I

Thema: Vektoranalysis

Literatur:

Weltner, K. (2001) Mathematik für Physiker, Band 2, Springer-Verlag.

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die Gradienten folgender skalarer Felder:

$$\text{a) } \phi(x, y, z) = e^{x+2y} + 2x \sin(z) + z^2xy, \quad \text{b) } \phi(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{1}{r^2}.$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie von den Vektorfeldern \vec{u} die Divergenz. Geben Sie an, wo Quellen und Senken liegen bzw. wo das Feld quellen- und senkenfrei ist.

$$\text{a) } \vec{u}(x, y, z) = (x - 2, y, z), \quad \text{b) } \vec{u}(x, y, z) = (2, -x, z^2)$$

Aufgabe 3:

Sind die Vektorfelder wirbelfrei?

$$\text{a) } \vec{u}(x, y, z) = (3, x, 2), \quad \text{b) } \vec{u}(x, y, z) = \frac{(x, y, z)}{x^2 + y^2 + z^2}$$

Aufgabe 4:

Ein untermeerischer Berg ("Seamount") hat die Höhenfunktion

$$h(x, y) = \frac{1}{2x^2 + y^2 - 4(x + y) + 7}.$$

Mit einem Forschungsschiff fahren Sie entlang der Geraden $x + y = 1$ über diesen Seamount und vermessen mit einem Echolot dessen Höhe $H(x)$ längs Ihres Profils. Welche maximale Höhe messen Sie?