

Mathematische Grundlagen der Geowissenschaften I – Aufgaben 8

Thema: Fehlerrechnung

(Literatur: Weltner, Mathematik für Physiker, Bd. I, Kap. 12)

Geben Sie alle Ergebnisse mit einer signifikanten Anzahl von Stellen an.

Aufg. 1: Bestimmen Sie den Fehler σ_z für folgende Größen $z = f(x,y)$, wobei x und y die Fehler σ_x und σ_y aufweisen:

a) $z = 1/2 (x + y)$

b) $z = 1/2 (x - y)$

c) $z = 1/x^2$

d) $z = xy^2$

e) $z = \frac{1}{(x^2 + y^2)^2}$

Aufg. 2: Zeigen Sie mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes, dass der Fehler des Mittelwertes $s_{\bar{x}} = s/\sqrt{N}$ beträgt; darin ist s die Standardabweichung einer Stichprobe des Umfanges N . (Nehmen Sie dabei an, dass die Fehler der zugrunde liegenden Daten gleich groß und unkorreliert sind.)

Aufg. 3: Die Dichte ρ von Meerwasser mit Salzgehalt S und Temperatur T unter Atmosphärendruck (d.h. an der Ozeanoberfläche) lässt sich näherungsweise mittels der empirischen Gleichung $\rho(S, T) = 1000 + 0,8 S - 0,07 T (1 + 0,07 T)$ berechnen (Einheiten: T in $^{\circ}\text{C}$, ρ in kg m^{-3} ; S ist definiert als g Salz/kg Wasser und ist daher dimensionslos).

Südlich von Island wurde an der Meeresoberfläche eine Temperatur von $7,2 \pm 0,1$ $^{\circ}\text{C}$ und ein Salzgehalt von $35,25 \pm 0,02$ gemessen.

- Bestimmen Sie die Dichte des Oberflächenwassers und deren Fehler.
- Sie haben auf der Expedition die Möglichkeit, die Genauigkeit der Temperatur- *oder* der Salzgehaltsmessungen um den gleichen Faktor zu verbessern. Welche Messung sollte verbessert werden, um möglichst geringe Fehler in der Dichte zu erhalten?

Aufg. 4: Eine ausstreichende Schicht wird im Gelände vermessen. Die Ausstrichbreite wurde an fünf Stellen gemessen; die Messwerte betragen 5,0; 5,5; 4,0; 4,8 und 5,1 m. Das Einfallen der Schicht wurde ebenfalls ermittelt und beträgt $20 \pm 2^{\circ}$.

- Skizzieren Sie die geologische Situation anhand einer Profilabbildung (ohne Berücksichtigung der Fehler).
- Bestimmen Sie die mittlere Ausstrichbreite sowie deren Fehler.
- Berechnen Sie die Mächtigkeit der ausstreichenden Schicht. Wie groß ist der Fehler der Mächtigkeit?