

Mathematische Methoden der Geowissenschaften I

Themen: Lineare Regression und Korrelation

(Literatur: Weltner, Mathematik für Physiker, Bd. II, Kap. 12)

Aufg. 1: Die Phosphatkonzentration einer Meerwasserprobe soll mit Hilfe eines Spektralphotometers gemessen werden. Dieses Messgerät muss vor einer Messung kalibriert werden. Dazu wurden $N = 4$ Lösungen mit unterschiedlichen Phosphatkonzentrationen P angesetzt. Anschließend wurde für jede Lösung der dimensionslose Skalenwert W des Messgerätes jeweils dreimal bestimmt und daraus der Mittelwert \bar{W} berechnet:

P [$\mu\text{g/ml}$]	\bar{W}
0	2,7
5	135,7
10	273,0
15	398,0

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe der linearen Regression eine Kalibrierfunktion für das Spektralphotometers der Form $P = a W + b$.
- b) Eigentlich wäre zu erwarten, dass das Messgerät für $P = 0 \mu\text{g/ml}$ einen Skalenwert $W = 0$ liefert. (Die Abweichung kommt durch unvermeidliche Messfehler zustande.) In diesem Fall wäre eine Kalibrierfunktion der Form $P = a W$ sinnvoller (sog. Regression durch den Ursprung). Leiten Sie für diese Funktion die Bestimmungsgleichung für a her und bestimmen Sie dessen Wert.

Aufg. 2: Theoretisch lässt sich zeigen, dass die Lithosphärentemperatur T quadratisch mit der Tiefe z zunimmt: $T = a + b z^2$. Für fünf Tiefen wurden die folgenden Temperaturen indirekt anhand von geophysikalischen Methoden gemessen:

Tiefe z [km]	10	25	35	45	50
Temperatur T [$^{\circ}\text{C}$]	30	270	490	850	950

- a) Bestimmen Sie die Koeffizienten a [$^{\circ}\text{C}$] und b [$^{\circ}\text{C}/\text{km}^2$] mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate.
- b) Berechnen Sie den linearen Korrelationskoeffizienten zwischen z^2 und T . Wie groß ist der Anteil der Varianz von T , der durch die o.g. Funktion erklärt wird?

Aufg. 3: Ordnen Sie folgende lineare Korrelationskoeffizienten den Graphen zu:

-0,90; 0,98; nicht definiert; 0,0; 0,54; 0,16

