

Thema: Vektorrechnung

Literatur: L. Papula, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler

Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie die reellen Zahlen a und b , so dass

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} - b \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

b) Welcher Winkel zwischen den folgenden Vektoren ist der kleinste und welches Kreuzprodukt ist am längsten?

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

c) Wie muss x gewählt werden, damit die beiden folgenden Vektoren aufeinander senkrecht stehen?

$$\begin{pmatrix} -5 \\ 2x \\ 3 \\ x \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ x \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2:

An dem Mast einer elektrischen Freileitung ziehen Drähte horizontal in drei Richtungen:

- In Westrichtung wirkt eine Kraft von 12 kN,
- in einem Winkel von -70° wirkt eine Kraft von 23 kN,
- in einem Winkel von 30° wirkt eine Kraft von 15 kN.

Damit der Mast diesen drei Kräften standhält, ist eine Abspannung angebracht. In welcher Richtung α muss dieses Abspannseil angebracht werden?

Hinweis:

Alle Winkel sind wie in der Mathematik vereinbart zu verwenden: Osten = 0° (positive Drehrichtung ist entgegen dem Uhrzeigersinn). Die Aufgabenstellung ist 2-dimensional allein durch Betrachtung der horizontalen Kräfte zu bearbeiten.

Aufgabe 3:

Eine Billiard-Kugel A mit der Masse $m_A = 0,15 \text{ kg}$ rollt mit einer Geschwindigkeit $v_A = 4,2 \text{ m/s}$ auf eine zweite, ruhende Kugel B mit Masse $m_B = m_A$ zu. Nach dem Zusammenstoß der beiden Kugeln bewegt sich Kugel A 25° nach links bezüglich ihrer ursprünglichen Richtung vor dem Stoß. Kugel B bewegt sich nach dem Stoß 65° nach rechts bezüglich der ursprünglichen Richtung von Kugel A.

- a) Um welche Billiard-Variante handelt es sich? Pool oder Snooker?
- b) Machen Sie sich klar, wie der Impulserhaltungssatz auf diese Situation angewendet werden kann. Zeichnen Sie hierzu ein Vektor-Diagramm, das die Geschwindigkeiten und Impulse der beiden Kugeln vor und nach dem Stoß darstellt.
- c) Berechnen Sie anhand des Impulserhaltungssatzes die Geschwindigkeiten der beiden Kugeln nach dem Zusammenstoß.