

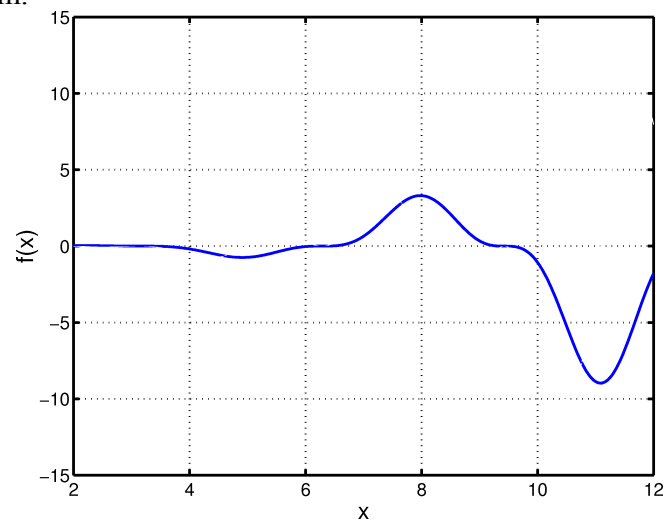
Mathematische Grundlagen der Geowissenschaften I (WiSe 2014/15) – Aufgaben 2

Thema: Differentialrechnung, Taylorreihen

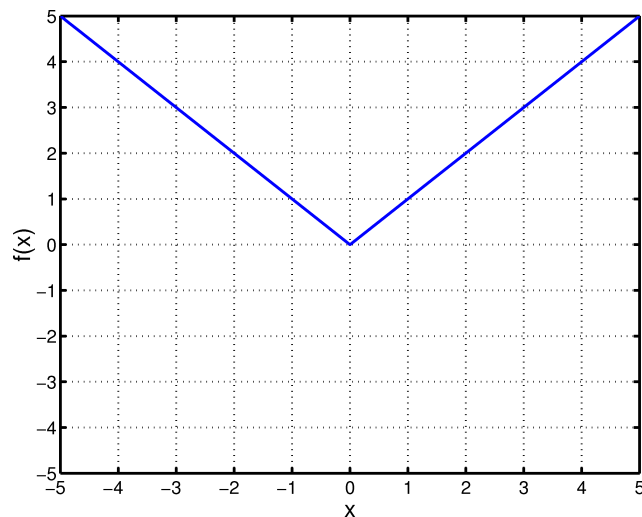
(Literatur: Weltner, Mathematik für Physiker, Bd. 1)

Aufgabe 1:

a) Markieren Sie die Extrem-, Sattel- und Wendepunkte des Funktionsgraphen. Skizzieren Sie anschließend die erste Ableitung des Funktionsgraphen in das Koordinatensystem.



b) Skizzieren Sie erste und zweite Ableitung des Funktionsgraphen in das Koordinatensystem. Sind beide Ableitungen stetig?



Aufgabe 2:

Die harmonische Schwingung einer an einem elastischen Federpendel hängenden Masse m lässt sich mit der Ort-Zeit-Funktion

$$y(t) = y_0 \sin[(D/m)^{1/2} t]$$

beschreiben (t = Zeit, y = Auslenkung der Masse, y_0 = Amplitude der Schwingung, D = Federkonstante). Berechnen Sie die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion (1. Ableitung der Ort-Zeit-Funktion) sowie die Beschleunigungsfunktion (2. Ableitung der Ort-Zeit-Funktion).

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie Nullstellen und Extremwerte (d.h. lokale Maxima und Minima) der Funktion

$$f(x) = 2x^4 - 8x^2 .$$

Aufgabe 4:

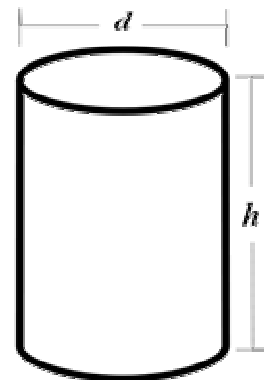
Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktion

$$f(x) = e^x (\sin x)^{-1} .$$

Aufgabe 5:

Betrachten Sie einen Zylinder mit Durchmesser $d = 2r$ und Höhe h .

- Geben Sie eine Gleichung für das Zylindervolumen V in Abhängigkeit von r und h an. Geben Sie anschließend eine Gleichung für die Zylinderoberfläche F (Mantelfläche plus Grundflächen) in Abhängigkeit von r und V an.
- Wie groß muss der Radius r des Zylinders sein, damit bei gegebenem Volumen V die Oberfläche F minimal ist?



Aufgabe 6:

Eine Sandsteinschicht streicht im Gelände aus. Die Ausstrichbreite a wird zusammen mit dem Einfallswinkel der Schicht γ an mehreren Stellen gemessen. Die Einfallswinkel streuen um einen mittleren Wert von 45° . Gesucht ist eine Näherungsgleichung, mit der sich aus den Werten von a und γ einfach die Schichtmächtigkeit h berechnen lässt.

- a) Skizzieren Sie die Situation (Profil!) und bestimmen Sie trigonometrisch h als Funktion von a und γ .
- b) Nähern Sie die trigonometrische Funktion aus (a) durch eine Taylorreihe der 1. Ordnung um den mittleren Wert von γ (im Bogenmaß) an.
- c) Bestimmen Sie anhand der Lösung (b) die Mächtigkeit der Schicht für $a = 10$ m und $\gamma = 60^\circ = \pi/3$. Wie groß ist der prozentuale Fehler dieses Näherungswertes im Vergleich zur exakten Lösung, die sich aus der Funktion in (a) ergibt?